

文章编号: 2095-2163(2020)01-0007-05

中图分类号: TN713

文献标志码: A

含缓变未知输入的数据自校准滤波方法

傅惠民, 杨海峰, 付越帅, 崔 轶

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘要: 针对在线监测、故障诊断、导航与控制等领域滤波中遇到的缓慢变化的未知输入(系统误差)问题, 建立一种含缓变未知输入的数据自校准滤波方法, 包括量测自校准滤波方法、状态方程含未知输入自校准 Kalman 滤波方法、量测方程含未知输入自校准 Kalman 滤波方法、状态方程和量测方程均含有未知输入的自校准 Kalman 滤波方法等。该方法能够自动对缓慢变化的未知输入进行估计和补偿, 消除系统误差, 并通过数据融合减小偶然误差, 提高滤波精度。而且计算简单, 便于边缘计算和工程应用。

关键词: 在线监测; 故障诊断; 导航与控制; 滤波; 自校准

Data self-calibration filtering methods with slowly changing unknown inputs

FU Huimin, YANG Haifeng, FU Yueshuai, CUI Yi

(Research Center of Small Sample Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

[Abstract] Aiming at the filtering problem of slowly changing unknown inputs (systematic errors) encountered in fields like online monitoring, fault diagnosis, navigation and control, etc., data self-calibration filtering methods with slowly changing unknown inputs are established, including measurement self-calibration filtering method, self-calibration Kalman filtering method with unknown inputs in state equations, self-calibration Kalman filtering method with unknown inputs in measurement equations and dual unknown inputs self-calibration Kalman filtering method. The methods can automatically estimate and compensate the slowly changing unknown inputs, eliminate the systematic errors, and reduce the random errors by data fusion, so as to improve the filtering accuracy. Moreover, the methods calculate easily, which is convenient for edge computing and engineering applications.

[Key words] online monitoring; fault diagnosis; navigation and control; filtering; self-calibration

0 引言

目前, Kalman 滤波(Kalman Filter, KF)已广泛用于人工智能、在线监测、故障诊断、导航与控制等工程领域^[1]。众所周知, Kalman 滤波要求状态方程和量测方程均精确, 其可以有偶然误差而不能包含系统误差, 但是在工程实际中, 由于受到环境因素、模型和参数的选取不当、测量设备的不稳定性等影响, 状态方程或量测方程中往往含有未知输入(系统误差), 这些未知输入在滤波过程中会严重降低滤波精度^[2-4]。如何补偿和修正这些未知输入的影响, 进一步提高 Kalman 滤波精度, 是当前滤波领域的研究难点和热点问题。

为此, 人们先后提出:

(1) 自适应 Kalman 滤波方法(Adaptive Kalman Filter)^[5], 但是自适应 Kalman 滤波误差大, 甚至导致滤波发散;

(2) 状态扩维估计方法(Augmented-state Estimation), 可通过将未知输入作为状态变量进行扩维估计, 这既不准确、又徒增计算工作量^[6];

(3) 鲁棒两步 Kalman 滤波方法(Robust Two-stage Kalman Filter)^[7], 其本质是仅用不含未知输入的量测方程进行状态估计, 但这已不属于 Kalman 滤波, 因其无法通过状态方程和量测方程之间的融合来减小滤波的偶然误差。

傅惠民等人^[8]通过建立相邻两次滤波之间未知输入的纵向联系和未知输入与状态变量的横向联系, 提出了一种能够自动消除系统误差、减小偶然误差的自识别自校准滤波方法(Self-Recognition Self-Calibration Filtering Methods), 解决了干扰和噪声引起的未知输入(系统误差)问题, 有效地提高了滤波精度。本文将进一步针对工程领域遇到的缓慢变化的未知输入(系统误差)问题, 建立一种含缓变未知

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2012CB720000); 工信部 2018 年智能制造综合标准化项目《基于数字仿真的机械产品可靠性测试方法标准研究与试验验证》。

作者简介: 傅惠民(1956-), 男, 教授, 博士生导师, “长江学者”奖励计划特聘教授, 主要研究方向: 小样本可靠性技术、自校准滤波方法、在线监测、故障诊断、寿命预测与控制研究。

收稿日期: 2019-11-18

输入的数据自校准滤波方法,以简化计算,便于工程应用,适合边缘计算。

1 量测自校准滤波方法

1.1 线性量测方程

工程上,含未知输入的线性量测方程组一般形式为:

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{d}_k + \mathbf{V}_k, \quad (1)$$

式中, \mathbf{X}_k 为 m 维状态向量; \mathbf{Y}_k 为 n 维量测向量; \mathbf{d}_k 为 n 维量测未知输入(系统误差)向量; \mathbf{H}_k 为量测矩阵; \mathbf{V}_k 是均值为零,协方差矩阵为 \mathbf{R}_k 的量测噪声向量,并且满足:

$$\begin{cases} E(\mathbf{V}_k) = \mathbf{0}, \\ E(\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T) = \mathbf{R}_k \delta_{k,j}, \end{cases} \quad (2)$$

式中, $E(\cdot)$ 为数学期望符号, $\delta_{k,j}$ 为 δ 函数,当 $k=j$ 时, $\delta_{k,j} = 1$, 当 $k \neq j$ 时, $\delta_{k,j} = 0$ 。

1.2 未知输入自校准

当相邻两次滤波的时间间隔足够小时,量测未知输入(系统误差) \mathbf{d}_k 往往不会发生较大的变化,即有 $\mathbf{d}_k \approx \mathbf{d}_{k-1}$, 因此 \mathbf{d}_k 的估计值 $\hat{\mathbf{d}}_k$ 可由下式给出:

$$\hat{\mathbf{d}}_k = \mathbf{Y}_{k-1} - \mathbf{H}_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}, \quad (3)$$

并且令 $\hat{\mathbf{d}}_1 = \mathbf{0}$ 。

为了有效地进行校准,量测方程组中精确的量测方程不应少于 m 个,即由这些方程可求得 \mathbf{X}_k 的无偏估计。这些精确的量测方程中的 $\hat{\mathbf{d}}_{k,j}$ ($\hat{\mathbf{d}}_k$ 的第 j 个分量)应直接令其等于 0, 而不再通过式(3)进行估计。

1.3 量测自校准滤波

在未知输入 \mathbf{d}_k 自校准估计完成后,可以对量测数据进行自校准滤波,基于加权最小二乘原理进行状态估计,可得:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = (\mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k)^{-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} (\mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{d}}_k), \quad (4)$$

状态估计对应的估计误差协方差矩阵为:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{X},k} = (\mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k)^{-1}. \quad (5)$$

2 量测扩展自校准滤波方法

2.1 非线性量测方程

工程中,含未知输入的非线性量测方程组一般形式为:

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k) + \mathbf{d}_k + \mathbf{V}_k, \quad (6)$$

式中, $\mathbf{h}_k(\cdot)$ 为非线性量测函数; $\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k, \mathbf{d}_k$ 和 \mathbf{V}_k 的意义与式(1)一致。

2.2 未知输入自校准

由于 $\mathbf{d}_k \approx \mathbf{d}_{k-1}$, 所以 \mathbf{d}_k 的估计值 $\hat{\mathbf{d}}_k$ 为:

$$\hat{\mathbf{d}}_k = \mathbf{Y}_{k-1} - \mathbf{h}_{k-1}(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}), \quad (7)$$

并令 $\hat{\mathbf{d}}_1 = \mathbf{0}$ 。同样,非线性量测方程组中精确的量测方程也不应少于 m 个,并直接令与其对应的 $\hat{\mathbf{d}}_{k,j}$ 等于 0。

2.3 量测扩展自校准滤波

首先,需对式(6)的非线性量测方程进行线性化。当 $k \geq 2$ 时,对式(6)在 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 处进行泰勒展开并保留一阶项,得到:

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{U}_k + \mathbf{d}_k + \mathbf{V}_k, \quad (8)$$

式中,

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X} = \hat{\mathbf{X}}_{k-1}}, \quad (9)$$

$$\mathbf{U}_k = \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}) - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k-1}. \quad (10)$$

线性化完成后,基于加权最小二乘原理进行状态估计,可得状态估计值和估计误差协方差矩阵为:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = (\mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k)^{-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} (\mathbf{Y}_k - \mathbf{U}_k - \hat{\mathbf{d}}_k), \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{X},k} = (\mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k)^{-1}, \quad (12)$$

式中, $\hat{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{h}_1^{-1}(\mathbf{Y}_1)$, $\mathbf{h}_1^{-1}(\cdot)$ 为非线性量测函数

$\mathbf{h}_1(\cdot)$ 的逆函数,并且 $\mathbf{H}_1 = \left. \frac{\partial \mathbf{h}_1}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X} = \hat{\mathbf{X}}_1}$ 。

3 状态方程含未知输入自校准 Kalman 滤波方法

3.1 线性系统方程

工程上,状态方程含有未知输入的线性离散系统一般形式为:

$$\mathbf{X}_k = \Phi_{k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{b}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1}, \quad (13)$$

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k, \quad (14)$$

式中, Φ_k 为状态矩阵; \mathbf{b}_k 为状态方程中的未知输入; $\mathbf{H}_k, \mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k$ 的意义与式(1)一致; \mathbf{W}_k 是协方差矩阵为 \mathbf{Q}_k 的状态噪声向量; \mathbf{V}_k 是协方差矩阵为 \mathbf{R}_k 的量测噪声向量,并且满足:

$$\begin{cases} E(\mathbf{W}_k) = \mathbf{0}, E(\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T) = \mathbf{Q}_k \delta_{k,j}, \\ E(\mathbf{V}_k) = \mathbf{0}, E(\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T) = \mathbf{R}_k \delta_{k,j}, \\ E(\mathbf{W}_k \mathbf{V}_j^T) = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (15)$$

3.2 状态未知输入自校准

当相邻两次滤波的时间间隔足够小时,状态方

程未知输入 \mathbf{b}_{k-1} 往往不会发生较大的变化,即有

$\mathbf{b}_{k-1} \approx \mathbf{b}_{k-2}$, 因此, \mathbf{b}_{k-1} 的估计值 $\hat{\mathbf{b}}_{k-1}$ 为:

$$\hat{\mathbf{b}}_{k-1} = \hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \Phi_{k-2} \hat{\mathbf{X}}_{k-2}, \quad (16)$$

并且令 $\hat{\mathbf{b}}_0 = \mathbf{0}$ 。

3.3 自校准 Kalman 滤波

当状态方程未知输入 \mathbf{b}_{k-1} 自校准完成后,可对线性系统进行自校准滤波,计算步骤如下:

(1) 一步自校准预测。一步自校准预测 $\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}$ 为:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)} = \Phi_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} + \hat{\mathbf{b}}_{k-1}, \quad (17)$$

一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k/(k-1)}$ 为:

$$\mathbf{P}_{k/(k-1)} = \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}, \quad (18)$$

滤波初始化为:

$$\hat{\mathbf{X}}_0 = E(\mathbf{X}_0), \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_0 = E[(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)^T], \quad (20)$$

(2) 状态估计。状态估计 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 为:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}), \quad (21)$$

状态估计误差协方差矩阵 \mathbf{P}_k 为:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k/(k-1)}, \quad (22)$$

式中, \mathbf{K}_k 为滤波增益矩阵,由下式计算得到:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/(k-1)} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/(k-1)} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}. \quad (23)$$

4 状态方程含未知输入扩展自校准 Kalman 滤波方法

4.1 非线性系统方程

工程上,状态方程含有未知输入的非线性离散系统一般形式为:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{b}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1}, \quad (24)$$

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k) + \mathbf{V}_k, \quad (25)$$

式中, $\mathbf{f}_k(\cdot)$ 和 $\mathbf{h}_k(\cdot)$ 均为非线性向量函数; $\mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k, \mathbf{b}_k, \mathbf{W}_k, \mathbf{V}_k$ 定义与式(13)和(14)相同。

4.2 状态未知输入自校准

同样,由于 $\mathbf{b}_{k-1} \approx \mathbf{b}_{k-2}$, 所以可得状态方程未知输入 \mathbf{b}_{k-1} 的估计值 $\hat{\mathbf{b}}_{k-1}$ 为:

$$\hat{\mathbf{b}}_{k-1} = \hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \mathbf{f}_{k-2}(\hat{\mathbf{X}}_{k-2}), \quad (26)$$

并令 $\hat{\mathbf{b}}_0 = \mathbf{0}$ 。

4.3 扩展自校准 Kalman 滤波

当状态方程未知输入 \mathbf{b}_{k-1} 自校准完成后,可按如下步骤进行非线性系统自校准滤波:

(1) 一步自校准预测。非线性系统一步自校准

预测为:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)} = \mathbf{f}_{k-1}(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}) + \hat{\mathbf{b}}_{k-1}, \quad (27)$$

一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k/(k-1)}$, 由式(18)给出,

其中 Φ_{k-1} 由式(24)的非线性状态方程在 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 处进行线性化得到,即:

$$\Phi_{k-1} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_{k-1}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\hat{\mathbf{X}}_{k-1}}. \quad (28)$$

滤波初始化仍由式(19)和式(20)给出。

(2) 状态估计。状态估计 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 为:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Y}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)})], \quad (29)$$

状态估计误差协方差矩阵 \mathbf{P}_k 和滤波增益矩阵 \mathbf{K}_k 分别由式(22)和式(23)计算,其中 \mathbf{H}_k 由式(25)的非线性量测方程在 $\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}$ 处进行线性化得到,即:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}}. \quad (30)$$

5 量测方程含未知输入自校准 Kalman 滤波方法

5.1 线性系统方程

工程上,量测方程含有未知输入的线性离散系统一般形式为:

$$\mathbf{X}_k = \Phi_{k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1}, \quad (31)$$

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{d}_k + \mathbf{V}_k, \quad (32)$$

式中, $\Phi_k, \mathbf{H}_k, \mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_k, \mathbf{W}_k, \mathbf{V}_k$ 的意义与式(13)和(14)一致, \mathbf{d}_k 的意义与式(1)一致。

5.2 量测未知输入自校准

量测方程未知输入 \mathbf{d}_k 的估计值 $\hat{\mathbf{d}}_k$ 仍由式(3)计算。同样,量测方程组中精确的量测方程也不应少于 m 个,并直接令与其对应的 $\hat{\mathbf{d}}_{k,j}$ 等于 0。

5.3 自校准 Kalman 滤波

当量测方程未知输入 \mathbf{d}_k 自校准完成后,可对线性系统进行自校准滤波,计算步骤如下:

(1) 一步预测。一步预测 $\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}$ 为:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)} = \Phi_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}, \quad (33)$$

一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k/(k-1)}$ 由式(18)计算得到。

滤波初始化由式(19)和式(20)给出。

(2) 状态自校准估计。状态自校准估计 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 为:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)} - \hat{\mathbf{d}}_k), \quad (34)$$

状态估计误差协方差矩阵 \mathbf{P}_k 和滤波增益矩阵 \mathbf{K}_k 分

别由式(22)和(23)计算得到。

6 量测方程含未知输入扩展自校准 Kalman 滤波方法

6.1 非线性系统方程

工程上,量测方程含有未知输入的非线性离散系统一般形式为:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{W}_{k-1}, \quad (35)$$

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k) + \mathbf{d}_k + \mathbf{V}_k, \quad (36)$$

式中, $\mathbf{f}_k(\cdot)$, $\mathbf{h}_k(\cdot)$, \mathbf{X}_k , \mathbf{Y}_k , \mathbf{W}_k , \mathbf{V}_k 意义与式(24)和(25)相同, \mathbf{d}_k 的意义与式(1)一致。

6.2 量测未知输入自校准

量测方程未知输入 \mathbf{d}_k 的估计值仍由式(7)给出,同样非线性量测方程组中精确的量测方程也不应少于 m 个,并直接令与其对应的 $\hat{\mathbf{d}}_{k,j}$ 等于 0。

6.3 扩展自校准 Kalman 滤波

当量测方程未知输入 \mathbf{d}_k 自校准完成后,可按如下步骤进行非线性系统自校准滤波:

(1) 一步预测。非线性系统一步预测为:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)} = \mathbf{f}_{k-1}(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}), \quad (37)$$

一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k/(k-1)}$ 由式(18)给出,其中 Φ_{k-1} 仍由式(28)计算。

滤波初始化仍由式(19)和式(20)给出。

(2) 状态自校准估计。状态自校准估计 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 为:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Y}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}) - \mathbf{d}_k], \quad (38)$$

状态估计误差协方差矩阵 \mathbf{P}_k 和滤波增益矩阵 \mathbf{K}_k 分别由式(22)和式(23)计算,其中 \mathbf{H}_k 仍由式(30)计算。

7 双未知输入自校准 Kalman 滤波方法

7.1 线性系统方程

工程上,状态方程和量测方程均含有未知输入的线性离散系统一般形式为:

$$\mathbf{X}_k = \Phi_{k-1}\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{b}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1}, \quad (39)$$

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{X}_k + \mathbf{d}_k + \mathbf{V}_k, \quad (40)$$

式中, Φ_k , \mathbf{H}_k , \mathbf{X}_k , \mathbf{Y}_k , \mathbf{b}_k , \mathbf{W}_k , \mathbf{V}_k 的意义与式(13)和(14)一致, \mathbf{d}_k 的意义与式(1)一致。

7.2 双未知输入自校准

当状态方程和量测方程中均含有未知输入时,需对其未知输入进行自校准。根据 3.2 节和 1.2 节中的推导过程,状态方程未知输入 \mathbf{b}_{k-1} 和量测方程未知输入 \mathbf{d}_k 的估计值可分别由式(16)和式(3)得到。同样,量测方程组中精确的量测方程也不应少

于 m 个,并直接令与其对应的 $\hat{\mathbf{d}}_{k,j}$ 等于 0。

7.3 自校准 Kalman 滤波

当状态方程未知输入 \mathbf{b}_{k-1} 和量测方程未知输入 \mathbf{d}_k 自校准完成后,可对线性系统进行自校准滤波,计算步骤如下:

(1) 一步自校准预测。一步自校准预测 $\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}$ 和一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k/(k-1)}$ 由式(17)和(18)得到。

滤波初始化由式(19)和式(20)给出。

(2) 状态自校准估计。状态自校准估计 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 由式(34)计算,状态估计误差协方差矩阵 \mathbf{P}_k 和滤波增益矩阵 \mathbf{K}_k 分别由式(22)和(23)给出。

8 双未知输入扩展自校准 Kalman 滤波方法

8.1 非线性系统方程

工程上,状态方程和量测方程中均含有未知输入的非线性离散系统一般形式为:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{b}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1}, \quad (41)$$

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k) + \mathbf{d}_k + \mathbf{V}_k, \quad (42)$$

式中, $\mathbf{f}_k(\cdot)$, $\mathbf{h}_k(\cdot)$, \mathbf{X}_k , \mathbf{Y}_k , \mathbf{b}_k , \mathbf{W}_k , \mathbf{V}_k 意义与式(24)和(25)相同, \mathbf{d}_k 的意义与式(1)一致。

8.2 双未知输入自校准

同样,需对状态方程和量测方程中的未知输入进行自校准。根据 4.2 节和 2.2 节,状态方程未知输入 \mathbf{b}_{k-1} 和量测方程未知输入 \mathbf{d}_k 的估计值分别由式(26)和式(7)给出。同样,非线性量测方程组中精确的量测方程也不应少于 m 个,并直接令与其对应的 $\hat{\mathbf{d}}_{k,j}$ 等于 0。

8.3 扩展自校准 Kalman 滤波

当双未知输入 \mathbf{b}_{k-1} 和 \mathbf{d}_k 自校准完成后,可按如下步骤进行非线性系统自校准滤波:

(1) 一步自校准预测。非线性系统一步自校准预测 $\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}$ 由式(27)计算,对应的一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k/(k-1)}$ 由式(18)给出,其中 Φ_{k-1} 仍由式(28)计算。

滤波初始化仍由式(19)和式(20)给出。

(2) 状态自校准估计。状态自校准估计 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 由式(38)得到,状态估计误差协方差矩阵 \mathbf{P}_k 和滤波增益矩阵 \mathbf{K}_k 分别由式(22)和式(23)计算,其中 \mathbf{H}_k 由式(30)给出。

9 仿真算例

考虑如下的线性系统:

$$\begin{cases} X_k = 1.02X_{k-1} + b_{k-1} + w_{k-1}, \\ Y_k = 0.48X_k + v_k, \end{cases} \quad (43)$$

状态初值 $X_0 = 1$, w_k 和 v_k 分别对应方差 $Q_k = 1$ 和 $R_k = 9$, 状态方程未知输入 b_{k-1} 的取值为:

$$b_{k-1} = 1.2 + 0.01(k - 1). \quad (44)$$

分别采用自适应 Kalman 滤波、线性 Kalman 滤波、鲁棒两步 Kalman 滤波和本文方法进行滤波, 取滤波初始值 $\hat{X}_0 = 2$, 误差方差初始值 $P_0 = 4$ 。对系统进行 5 000 次蒙特卡洛仿真模拟, 分别求得上述方法的均方根误差绘于图 1, 均方根误差的均值见表 1。

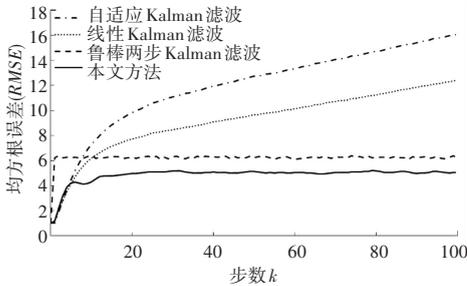


图 1 均方根误差比较

Fig. 1 Comparison of RMSEs

表 1 均方根误差均值比较

Tab. 1 Comparison of RMSE Means

方法	均方根误差均值
本文方法	4.85
鲁棒两步 Kalman 滤波	6.20
线性 Kalman 滤波	9.19
自适应 Kalman 滤波	11.89

可以看到, 当状态方程受到未知输入影响时, 本文方法可以对其进行估计和补偿, 其滤波精度比鲁棒两步 Kalman 滤波方法提高了 22%, 比线性 Kalman 滤波方法提高了 47%, 比自适应 Kalman 滤波方法提高了 59%。

10 结束语

(1) 由于工程实际中存在干扰和噪声, 采集的信号往往含有缓慢变化的未知输入(系统误差), Kalman 滤波方法能够有效地减小偶然误差, 但无法解决系统误差问题。本文方法则既能消除系统误

差, 又能减小偶然误差。

(2) 量测自校准滤波方法和量测扩展自校准滤波方法, 能够自动对量测数据中事先无法校准的系统误差进行估计、补偿和修正, 从而减小系统误差的影响。

(3) 状态方程含未知输入自校准 Kalman 滤波、量测方程含未知输入自校准 Kalman 滤波、状态方程和量测方程均含有未知输入的自校准 Kalman 滤波等方法, 则能够自动对状态方程或量测方程中的未知输入进行估计、补偿和修正, 从而提高滤波精度。

(4) 理论分析、实例计算和仿真验证表明, 本文方法能够对缓慢变化的未知输入进行补偿, 消除系统误差, 并通过数据融合减小偶然误差, 比传统方法具有更高的滤波精度。并且计算简单, 便于边缘计算和工程应用。

(5) 对于工程实际中不知道有没有未知输入, 但如果有的话必为缓慢变化的未知输入的情况, 可以先采用文献[8]中自识别方法进行判断, 然后再采用本文方法滤波。

参考文献

- [1] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45.
- [2] BLANLE M, KINNAERT M, LUNZE J, et al. Diagnosis and fault-tolerant control [M]. Berlin: Springer, 2006.
- [3] CHEN J, PATTON R J. Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems [M]. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [4] GILLJINS S, DE MOOR B L R. Unbiased minimum variance input and state estimation for linear discrete-time systems[J]. Automatica, 2007, 43(5): 111-116.
- [5] SAGE A P, HUSA G W. Adaptive filtering with unknown prior statistics[C]// Joint Automatic Control Conference. New York: ASME, 1969, 7: 760-769.
- [6] BRYSON A, JOHANSEN D E. Linear filtering for time-varying systems using measurements containing colored noise[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1965, 10(1): 4-10.
- [7] HSIEH C S. Robust two-stage Kalman filters for systems with unknown inputs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(12): 2374-2378.
- [8] 傅惠民, 杨海峰, 付越帅. 自识别自校准滤波方法[J]. 机电产品开发与创新, 2019, 32(6): 8-12.