

文章编号: 2095-2163(2020)09-0167-04

中图分类号: V224

文献标志码: A

基于 Theodorsen 气动模型的机翼颤振计算与分析

李 达, 杨 慧, 胡志贤

(上海工程技术大学 航空运输学院, 上海 201620)

摘 要: 机翼颤振是指其在均匀气流中受到气体动力、惯性力和弹性力的耦合作用而发生的一种不衰减振动, 严重降低了飞行器的飞行安全。本文基于 Theodorsen 气动模型, 通过 U-g 法对机翼进行了颤振计算。探究了不同机翼展弦比和空气密度对机翼颤振速度的影响。结果表明, 机翼的展弦比增大后会降低机翼的颤振速度; 而空气密度的大小与机翼颤振速度呈现负相关。

关键词: Theodorsen 气动模型; U-g 法; 机翼颤振

Calculation and analysis of wing flutter based on Theodorsen aerodynamic model

LI Da, YANG Hui, HU Zhixian

(School of Air Transport, Shanghai University of Engineering and Technology, Shanghai 201620, China)

[Abstract] Wing flutter is an unattenuated vibration of elastic structure under the coupling effect of aerodynamic force, elastic force and inertial force in uniform airflow, which seriously endangers the flight safety of aircraft. Based on the Theodorsen aerodynamic model, this paper analyzes the flutter of the wings. The influence of aspect ratio and air density on flutter velocity of wing is studied. The results show that the flutter velocity of the wing will be reduced when the aspect ratio of the wing is increased. The air density was negatively correlated with the flutter velocity of the wing.

[Key words] Theodorsen pneumatic model; U-g Method; the wing flutter

0 引 言

下一代飞行器的机翼具有大展弦比和高速飞行的特点, 这使得气动弹性问题变得突出, 为了保证其能在极端环境下安全飞行, 需要对机翼的颤振问题进行研究与分析。颤振是典型的气动弹性问题, 是弹性结构在均匀流体中受到流体动力、惯性力和弹性力的耦合作用而发生的一种不衰减振动。机翼的颤振问题是飞行器系统中一个备受重视的问题, 机翼颤振问题具有复杂性和不可预知性, 若飞行器的机翼发生颤振, 其带来的后果往往是毁灭性的^[1]。

国外早期的大多数研究主要采用风洞实验方法。Garrick 推导得出俯仰沉浮翼型的推力和效率计算公式^[2]; Kaufmann 证实了螺旋桨桨叶在临近失速状态时会发生气动迟滞效应, 颤振速度会急剧下降^[3]; 1935 年, Theodorsen 给出了二元翼型作简谐振动下气动力的精确解, 此研究具有里程碑意义^[4]。国内对气动弹性方面的研究工作起步较晚, 胡海岩等对飞机结构气动弹性动态问题作了综述, 并给未来气动弹性分析与控制方面的研究指明了方向^[5]; 袁家信针对亚音速机翼气动弹性控制系统中的干扰、时滞等问题进行了研究^[6]。

针对机翼颤振问题, 本文对影响颤振的相关因素进行了研究。首先基于 Theodorsen 气动模型, 利用 U-g 法对机翼进行颤振计算。因为飞行器的发展方向是高空飞行和机翼具有大展弦比, 所以探究了展弦比对机翼的颤振带来的影响。同时研究了飞行器高空飞行时空气密度的变化对颤振的影响。

1 非定常气动力

两自由度机翼的简化力学模型如图 1 所示。机翼半弦长为 b ; 弹性轴距离翼弦中心点的距离为 $a \cdot b$; a 为翼弦中点到弹性轴的距离占机翼半弦长的比例; 弹性轴在翼弦中点前时, $a < 0$; U_∞ 为来流速度。图 1 未展示的 y 方向为展长方向, 机翼的展长为 l 。

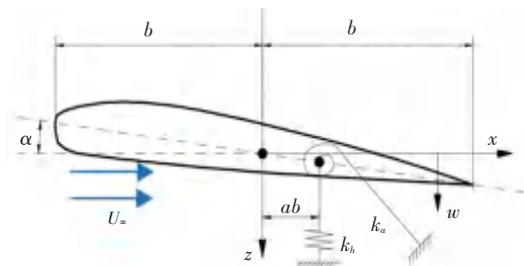


图 1 机翼的简化力学模型

Fig. 1 Simplified mechanical model of wing

作者简介: 李 达(1995-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 气动弹性力学与控制; 杨 慧(1977-), 女, 博士, 讲师, 主要研究方向: 气动弹性机翼设计; 胡志贤(1997-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 机翼颤振抑制控制。

通讯作者: 杨 慧 Email: 08130002@sues.edu.cn

收稿日期: 2020-05-13

受到均匀来流作用的二元机翼，做简谐沉浮 ($w = \bar{w}e^{i\omega t}$ ，向下为正， ω 为角频率) 和俯仰 ($\alpha = \bar{\alpha}e^{i\omega t}$ ，迎风抬头为正) 运动，则单位展长上受到的气动升力 L (向上为正) 和来流对弹性轴的俯仰力矩 T_α (迎风抬头为正) 可由 Theodorsen 非定常气动力函数给出，如式(1)和式(2)：

$$L = -\pi\rho_{\text{气}} b^2 [\dot{w} + U_{\text{气}} \dot{\alpha} - ba\ddot{\alpha}] - 2\pi\rho_{\text{气}} U_{\text{气}} b C(k) \left[\frac{\partial}{\partial t} U_{\text{气}} \alpha + \dot{w} + b \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial t} \alpha - a \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \alpha \right] \quad (1)$$

$$T_\alpha = \pi\rho_{\text{气}} b^2 \left[\frac{\partial}{\partial t} ba\dot{w} - U_{\text{气}} b \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial t} \alpha - a \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \alpha - b^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \alpha + a \frac{\partial^3}{\partial \xi^3} \alpha \right] + 2\pi\rho_{\text{气}} U_{\text{气}} b^2 \frac{\partial}{\partial \xi} C(k) \left[\frac{\partial}{\partial t} U_{\text{气}} \alpha + \dot{w} + b \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial t} \alpha - a \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \alpha \right] \quad (2)$$

式中， $\rho_{\text{气}}$ 为空气密度； $C(k)$ 是 Theodorsen 函数；其具体表达式为式(3)和式(4)：

$$C(k) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + i \cdot H_0^{(2)}(k)} = F(k) + i \cdot G(k) \quad (3)$$

$$k = \frac{\omega b}{U_{\text{气}}} \quad (4)$$

k 为折合频率，Theodorsen 函数为 k 的一个复函数。在式(3)中， $H_x^{(2)}(k)$ 是第二类 x 阶汉克尔 (Hankel) 函数。汉克尔函数被定义为 $H_x^{(2)} = J_x - iY_x$ ， J_x 和 Y_x 分别为第一类和第二类贝塞尔 (Bessel) 函数。 $C(k)$ 的实部和虚部由公式(5)和公式(6)表示：

$$\text{Re}[C(k)] = F(k) = \frac{J_1(J_1 + Y_0) + Y_1(Y_1 - J_0)}{(J_1 + Y_0)^2 + (Y_1 - J_0)^2} \quad (5)$$

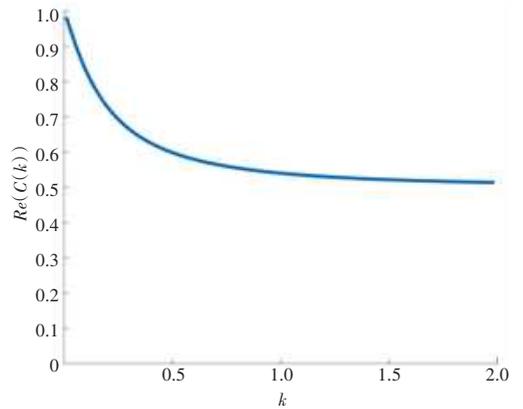
$$\text{Im}[C(k)] = G(k) = -\frac{Y_1 Y_0 + J_1 J_0}{(J_1 + Y_0)^2 + (Y_1 - J_0)^2} \quad (6)$$

可以通过 Matlab 来计算 $C(k)$ ，得到 $C(k)$ 函数的实部和虚部随 k 的变化情况，如图 2 所示。

根据拉格朗日方程的相关理论，可得非定常气动力为式(7)：

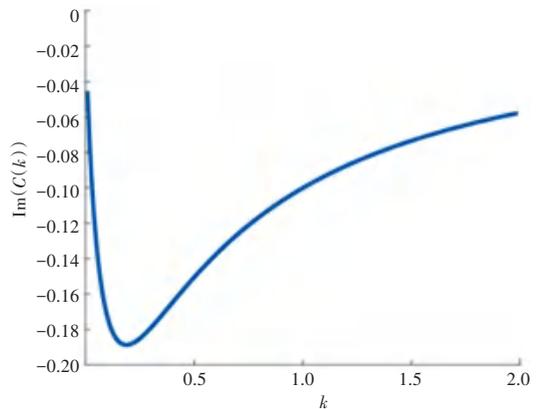
$$Q = \frac{\partial(\delta W)}{\partial(\delta w)} + \frac{\partial(\delta W)}{\partial(\delta \alpha)}, \quad \delta W = \int_0^l (L\delta w + T_\alpha \delta \alpha) dy \quad (7)$$

当机翼发生颤振时，系统做简谐运动，式(8)：



(a) 实部随折合频率 k 的变化

(a) The real part changes with the reduced frequency k



(b) 虚部随折合频率 k 的变化

(b) The imaginary part changes with the reduced frequency k

图 2 Theodorsen 函数 $C(k)$ 实部和虚部随折合频率 k 的变化
Fig. 2 The real and imaginary parts of the Theodorsen function vary with the reduced frequency k

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial t} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{w} \\ \bar{\alpha} \end{bmatrix} e^{i\omega t} = \bar{\mathbf{u}} e^{i\omega t} \quad (8)$$

其中， \bar{w} 和 $\bar{\alpha}$ 分别为运动的幅值，分别将式(8)对 t 一阶求导和二阶求导可得式(9)和式(10)：

$$\dot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{u}} i\omega e^{i\omega t} \quad (9)$$

$$\ddot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^3 w}{\partial t^3} \\ \frac{\partial^3 \alpha}{\partial t^3} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{u}} (i\omega)^2 e^{i\omega t} = -\bar{\mathbf{u}} \omega^2 e^{i\omega t} \quad (10)$$

将式(8)~(10)代入式(1)和(2)整理可得式(11)：

$$\mathbf{Q} = A_0 \mathbf{Q}_0 \bar{\mathbf{u}}, \quad (11)$$

式中： $A_0 = \frac{1}{2} \rho_{\text{气}} U_{\text{气}}^2$ ，为空气动压；

将式(4)带入 \mathbf{Q}_0 后可得表达式(12)：

$$Q_0 = \begin{bmatrix} C(k) l \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} & -4\pi b \dot{u} & i \frac{\omega b l}{U_\infty} \frac{\partial \delta}{\partial t} & -2\pi b \dot{u} \\ 4\pi b^2 (a + 0.5) \dot{u} & & -2\pi b^2 (0.5 - a) \dot{u} & \\ C(k) i \frac{\omega b l}{U_\infty} \frac{\partial \delta}{\partial t} & -4\pi & -4\pi b (0.5 - a) \dot{u} & \\ 4\pi b (a + 0.5) \dot{u} & 4\pi b^2 (a + 0.5) (0.5 - a) \dot{u} & & \\ \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} & 2\pi & -2\pi b a \dot{u} & \\ \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} & -2\pi b a & 2\pi b^2 (1/8 + a^2) \dot{u} & \end{bmatrix} \dot{u} + \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{y} \\ \ddot{u} \\ \ddot{u} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$Q_0 = C(k) l \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} \begin{bmatrix} -4\pi b \\ 4\pi b^2 (a + 0.5) \end{bmatrix} \dot{u} + i k l \frac{\partial \delta}{\partial t} \begin{bmatrix} -2\pi b \\ -2\pi b^2 (0.5 - a) \end{bmatrix} \dot{u} + C(k) i k l \frac{\partial \delta}{\partial t} \begin{bmatrix} -4\pi & -4\pi b (0.5 - a) \\ 4\pi b (a + 0.5) & 4\pi b^2 (a + 0.5) (0.5 - a) \end{bmatrix} \dot{u} + k^2 l \begin{bmatrix} 2\pi & -2\pi b a \\ -2\pi b a & 2\pi b^2 (1/8 + a^2) \end{bmatrix} \dot{u}.$$

2 机翼动力学模型

已知受来流作用的二元机翼气动弹性方程 (13):

$$M\ddot{u} + Ku = \frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty Q_0 \ddot{u}. \quad (13)$$

式中, $M = \begin{bmatrix} m & S \\ S & I_\alpha \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} k_w & 0 \\ 0 & k_\alpha \end{bmatrix}$, m 代表机翼的质量; S 是机翼对弹性轴的质量静矩; I_α 为机翼对弹性轴的转动惯量; k_w 和 k_α 分别为机翼的沉浮刚度系数和俯仰刚度系数。

不考虑系统中阻尼时, 利用 U-g 法进行颤振计算, 对应的颤振方程 (14):

$$\frac{\partial^2 M}{\partial t^2} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} - \frac{1 + ig}{U_\infty^2} K + \frac{\rho_\infty}{2} Q_0 \dot{u} \ddot{u} = 0. \quad (14)$$

其中, g 为引入的结构阻尼。

式 (14) 的复特征值为式 (15):

$$\lambda = \frac{1 + ig}{U_\infty^2} = \lambda_{Re} + i\lambda_{Im}. \quad (15)$$

由此可得: $g = \frac{\lambda_{Im}}{\lambda_{Re}}, U_\infty = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{Re}}}$.

用 U-g 法做颤振分析的方法:

首先, 给定来流密度 ρ_∞ , 再预先给定一组折合频率 k 的范围, 取首个 k 来计算式 (14) 的复特征值, 根据公式 (15) 和 (16) 求得该 k 值下的结构阻尼系数 g 和来流速度 U_∞ , 记为 (g, U_∞) ;

其次, 按一定步长更换 k 值, 重复上面的步骤; 最终得到一组 (g, U_∞) , 将计算结果绘制成 U_∞ - g 曲线。

若机翼的真实结构阻尼值 g_0 与计算得到的 g 值相等, 则该 g 值所对应的 U_∞ 值被认为是机翼的颤振临界速度。当来流速度达到临界颤振速度时, 机翼就会发生颤振。

由于 g_0 非常复杂, 难以被确定, 在使用 U-g 法

的过程中, 通常假设机翼的真实结构阻尼系数为 0; 因此, 当结果中某一特征值对应的 g 值刚好等于 0 时, 其所对应的 U_∞ 值正是机翼的临界颤振速度。

3 颤振分析

通过 Matlab 软件, 利用 U-g 法完成机翼的颤振计算, 机翼的结构参数见表 1。

表 1 机翼的结构参数

参数名称	数值
机翼半弦长	$b = 0.1 \text{ m}$
机翼质量	$m = 1.85 \text{ kg}$
弹性轴位置	$a = -0.5$
机翼对弹性轴的质量静矩	$S = 0.030 \text{ 9/Kgm}$
机翼对弹性轴的转动惯量	$I_\alpha = 3.142 \times 10^{-3} \text{ /Kgm}^2$
机翼的沉浮刚度系数	$k_w = 2542 \text{ N/m}$
俯仰刚度系数	$k_\alpha = 2.512 \text{ Nm/rad}$

取机翼展长 $l = 0.1 \sim 0.5 \text{ m}$; 来流密度取 $\rho_\infty = 1.225 \text{ kg/m}^3$ 。得到的分析结果如图 3 所示。 $g = 0$ 时对应的来流速度为颤振速度, 具体数值见表 2。

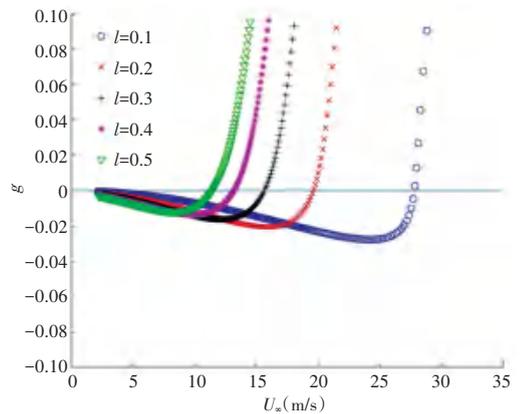


图 3 不同机翼展长下的机翼颤振结果图

Fig. 3 Results of wing flutter under different wing lengths

可以看出, 当来流速度趋近于 0 时, 机翼不受气动力的影响, 虽然 g 趋近于 0, 但此时没有发生颤

振。随着来流速度 U_{∞} 的增加,不同展长的机翼的纷纷出现 $g = 0$ 的情况,此时对应的来流速度 U_{∞} 即为此机翼发生颤振时的临界来流速度。颤振随着机翼展长的增加,颤振速度逐渐减少,这意味着大展弦比的机翼更容易发生颤振。

表 2 不同机翼展长下的机翼颤振数据

Tab. 2 Wing flutter data under different wing lengths

机翼展长/m	颤振速度/(m/s)
0.1	27.8
0.2	19.6
0.3	15.6
0.4	13.1
0.5	11.5

取机翼展长 $l = 0.5\text{m}$, 来流密度取 $\rho_{\infty} = 1.225 \sim 0.4 \text{ kg/m}^3$, 得到的分析结果如图 4 所示,颤振速度数值见表 3。可以得出,来流密度越小,颤振速度越大。这说明在空气密度小的空中飞行时,机翼不容易发生颤振。空气密度与海拔和气温等因素相关,在设计飞行器时应该注意空气密度对颤振的影响。

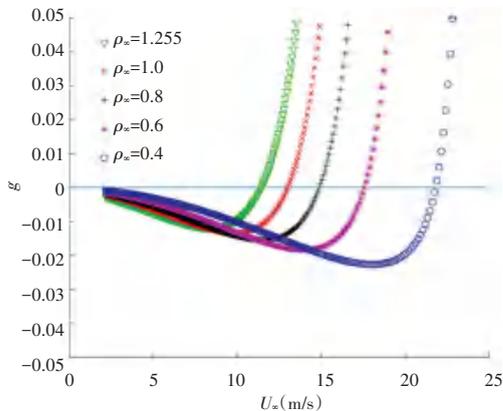


图 4 不同来流密度下的机翼颤振结果图

Fig. 4 Results of wing flutter under different inflow densities

(上接第 166 页)

术,设计了基于协同交互的车载定位系统。车载定位系统采用 MSP430F149 与 ESP8266 模块实现为智能车辆在 GPS 信号微弱或缺失环境下提供高精度的定位服务,并实时监测道路拥堵信息,能够通过 GSM 模块告知交通管理部门实时道路信息。该设计方案成本低,有效精度高,可以实现实时监控以及远程数据通信,能够满足智能车辆对定位精度的要求。

表 3 不同来流密度下的机翼颤振数据

Tab. 3 Wing flutter data at different inflow densities

来流密度/(kg/m^3)	颤振速度/(m/s)
1.225	11.5
1.0	13.0
0.8	14.8
0.6	17.6
0.4	21.8

4 结束语

针对下一代飞行器的机翼具有大展弦比和高空飞行的特点,本文探究了展弦比和来流密度对机翼的颤振带来的影响。基于 Theodorsen 气动模型,利用 U-g 法对机翼进行颤振分析。结果表明,机翼的颤振对展弦比和来流密度的取值较为敏感。在飞行器的设计过程中,应注意机翼的展弦比不能过大,并充分考虑飞行器的飞行环境。

参考文献

- [1] 高翼飞. 多控制面大展弦比机翼的颤振分析与主动抑制[D]. 南京航空航天大学,2019.
- [2] Garrick I E. Propulsion of a flapping and oscillating airfoil[J]. Report National Advisory Committee for Aeronautics, NACA Report, 1936 (567): 419-427.
- [3] Kaufmann, W. On the conditions of similitude for model tests on wing flutter[J]. AIAA Journal, 1939, 2(1): 26-33.
- [4] WRIGHT JAN R, Cooper Jonathan E. Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads; Second Edition [M]. Chichester: Wiley, 2015; 156-162.
- [5] 胡海岩,赵永辉,黄锐. 飞机结构气动弹性分析与控制研究[J]. 力学学报,2016,48(01):1-27.
- [6] 袁家信. 机翼气动弹性系统响应的滑模控制方法研究[D]. 上海交通大学,2018.

参考文献

- [1] 陈新海,祖晖,王博思,等. 车路协同车载高精度定位服务系统设计[J]. 激光杂志,2019,40(11):109-113.
- [2] 郭丽芳,游雪辉,苏志鑫,等. 无人驾驶智能车导航定位系统设计研究[J]. 中国管理信息化,2019,22(18):174-176.
- [3] 李晓晖,方芳,邓天民. 基于 RNN 的智能网联汽车高精度定位方法[J]. 汽车工程学报,2019,9(4):260-267.
- [4] 孙英,赵丹枫,李雪,等. MSP430 单片机终端控制的智能静脉曲张预防仪设计与实现[J]. 实验室研究与探索,2019,38(11):120-124.